Translation of Sketches and Views:

Mapping 3D to 2D and vice versa _From Azim premji University At Right Angles_March,2021

उच्च प्राथमिक कक्षा में

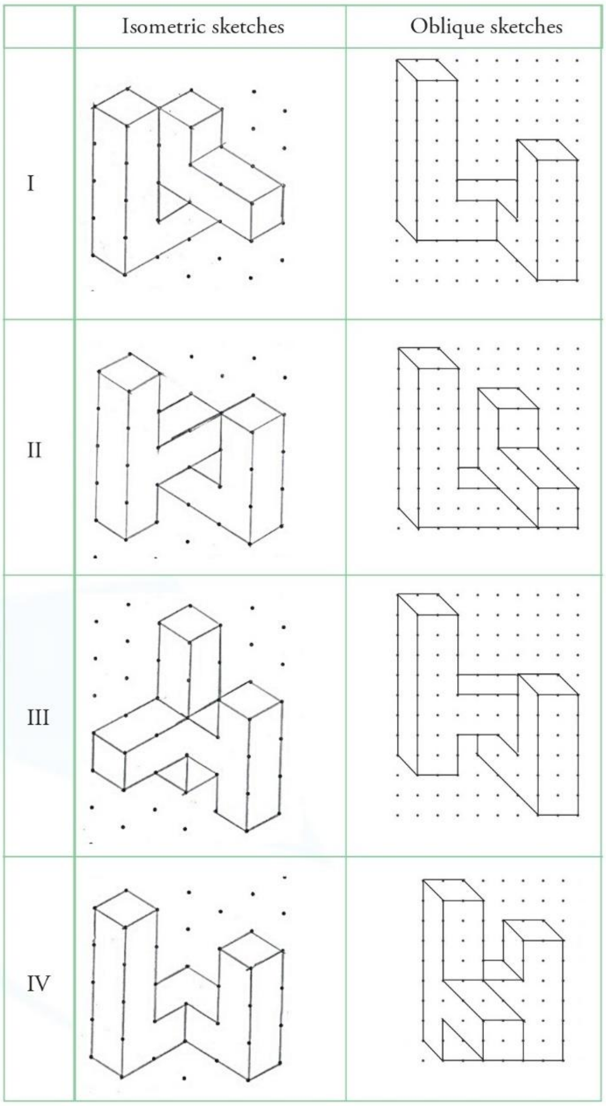
टेयरआउट

चित्र और दृश्य : 3-D वस्तुओं का 2-D सतह पर प्रतिचित्रण और इसका उलट

इस पाँचवें टेयरआउट में हम विभिन्न ठोस आकृतियों की कल्पना करने के लिए समदूरीक और वर्गाकार बिन्दुकित शीट का उपयोग करेंगे। पिछले अंकों की तरह पृष्ठ 1 और 2 में विद्यार्थियों के लिए एक वर्कशीट है, जबकि पृष्ठ 3 और 4 में शिक्षकों के लिए दिशानिर्देश हैं। चूँकि हम ठोस आकृतियों की पड़ताल करेंगे, इसलिए उनमें से कुछ ठोस आकृतियों को बनाने के लिए कुछ अन्तर्ग्रथित घनों (interlocking cubes) का इस्तेमाल करना एक अच्छा विचार है।

पहले भाग में समदूरीक चित्र (isometric sketch) का मिलान तिर्यक चित्र (oblique sketch) से करना है और फिर हरेक ठोस आकृति के सामने (front), ऊपर (top) और पार्श्व दृश्य (side view) का चित्र बनाना है। दूसरे भाग में इसका उल्टा करना है। यानी आपको दृश्यों से शुरू करना है, फिर ठोस आकृतियाँ बनानी हैं और फिर हरेक आकृति के लिए चित्र बनाने हैं। समदूरीक और तिर्यक चित्रों की जानकारी के लिए आप एनसीईआरटी गणित की कक्षा 7 की पाठ्यपुस्तक का पाठ 15[1] देख सकते हैं। समदूरीक चित्रों को समदूरीक बिन्दुकित शीट पर बनाते हैं और तिर्यक चित्रों को बिन्दुकित शीट पर बनाते हैं।

[1] NCERT textbooks: https://ncert.nic.in/textbook.php



भाग क

1. समदूरीक और तिर्यक चित्र
   (क) ऊपर दिए समदूरीक चित्रों का तिर्यक चित्रों से मिलान करें।
   (ख) तिर्यक चित्रों में किनारे की लम्बाई (side length) का उल्लेख करें।
   (ग) हर ठोस आकृति के ऊपर, सामने और पार्श्व दृश्य का चित्र बनाएँ – सामने का दृश्य तिर्यक चित्र के अनुसार होता है।
2. (वैकल्पिक) अन्तर्ग्रथित घनों से ठोस आकृति बनाना
   (क) समदूरीक चित्र बनाएँ।
   (ख) ठोस आकृति को देखे बिना समदूरीक चित्र की मदद से तिर्यक चित्र बनाएँ।
3. (वैकल्पिक) अन्तर्ग्रथित घनों से कोई दूसरी ठोस आकृति बनाना
   (क) तिर्यक चित्र बनाएँ।
   (ख) ठोस आकृति को देखे बिना तिर्यक चित्र की मदद से समदूरीक चित्र बनाएँ।

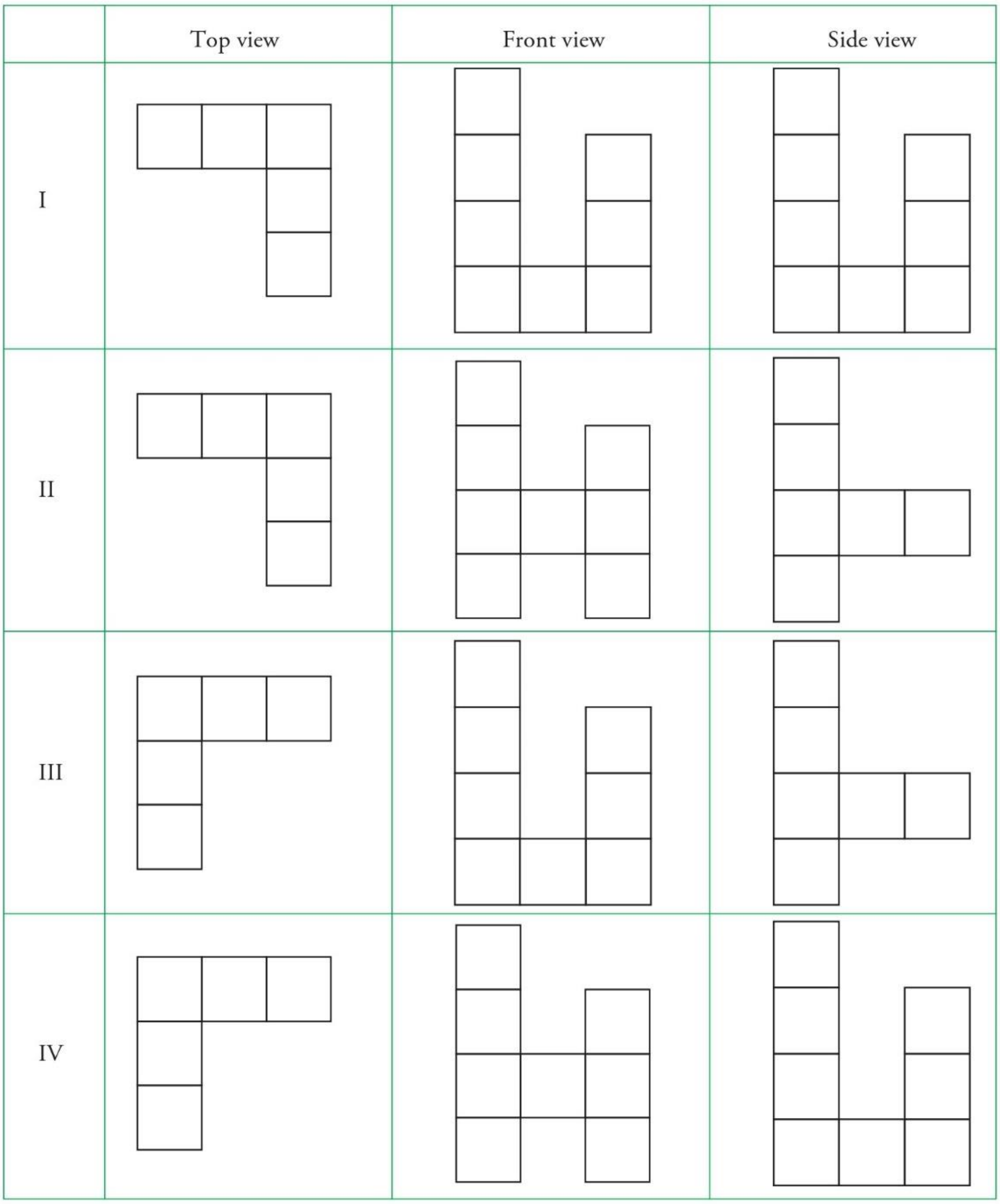
भाग ख

4. दृश्य और चित्र

(क) नीचे दिए गए हरेक दृश्य के लिए ठोस आकृति बनाएँ।

(ख) प्रत्येक का एक समदूरीक चित्र बनाएँ।

(ग) किनारों की लम्बाई का उल्लेख करते हुए प्रत्येक का तिर्यक चित्र बनाएँ।



5. (वैकल्पिक) दृश्यों से ठोस

(क) बिन्दुकित शीट पर 3 × 3 के तीन स्थान चिह्नित कर लें (अर्थात प्रत्येक स्थान 3 इकाइयों की लम्बाई का एक वर्ग है) और प्रत्येक में कम-से-कम 5 इकाई वर्ग छायांकित करें। इन छायांकित भागों पर क्रमश: ऊपर, सामने और पार्श्व दृश्य के रूप में विचार करें।

(ख) इन दृश्यों का उपयोग करते हुए अन्तर्ग्रथित घनों से ठोस आकृतियाँ बनाएँ।

*इस टेयरआउट को पिछले लेख * की निरन्तरता में लिया जा सकता है क्योंकि यह भी स्थानिक समझ विकसित करने और ठोस आकृतियों की कल्पना करने पर आधारित है। इस वर्कशीट में ठोस पदार्थों के तिर्यक चित्रों को शामिल किया गया है। यह चित्र कुछ भुजाओं के अनुपात और कुछ कोणों को पहले जैसा ही रखते हैं, लेकिन बाक़ी को विकृत कर देते हैं। इसके अतिरिक्त इस टेयरआउट में ठोस आकृतियों के सामने, ऊपर और पार्श्व दृश्य की भी पड़ताल की गई है। जहाँ ऊपर के दृश्य को समदूरीक और तिर्यक चित्र दोनों ही स्पष्ट रूप से दर्शाते हैं, वहीं सामने के दृश्य (बिना विकृति वाला वह हिस्सा, जहाँ आयताकार फलक संरक्षित होते हैं) को स्पष्ट रूप से दर्शाने के लिए तिर्यक चित्र बेहतर होते हैं। समदूरीक चित्र में पार्श्व और सामने का दृश्य एक-दूसरे से बदले जा सकते हैं।*

*(नवम्बर 2019 में प्रकाशित : https://azimpremjiuniversity.edu.in/SitePages/resources-ara-vol-8-no-5-november-2019-isometric-sketches-and-more.aspx)

भाग क

यह भाग चित्रों पर केन्द्रित है। पहला प्रश्न चित्रों को प्रारम्भिक बिन्दु के रूप में उपयोग करता है, जबकि शेष दो प्रश्न शुरू करने के लिए ठोस का इस्तेमाल करते हैं।

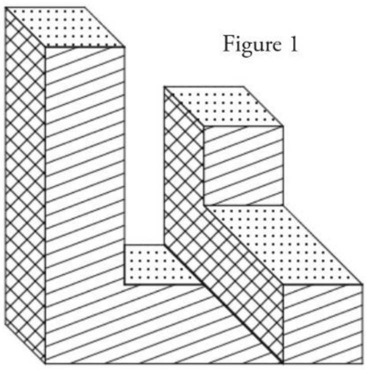


Figure 1

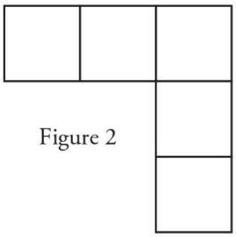
1. समदूरीक और तिर्यक चित्र :

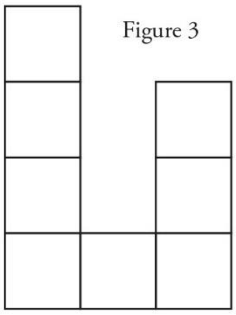
   (क) चित्रों की समझ का आकलन करने के लिए यह एक सरल मिलान कार्य है।

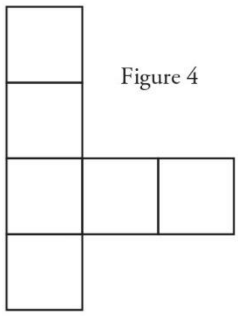
   (ख) यह कार्य किनारों की लम्बाइयों पर ध्यान केन्द्रित करते हुए तिर्यक चित्रों की समझ को गहरा करने का है। क्षैतिज और ऊर्ध्वाधर रेखाओं को 2 के गुणक से बढ़ाया जाता है। तो, 6 इकाई लम्बी कोई ऊर्ध्वाधर या क्षैतिज रेखा वास्तव में ठोस की 3 इकाइयों जितनी लम्बाई को दर्शाती है। सभी तिर्यक रेखाएँ क्षैतिज और ऊर्ध्वाधर रेखाओं के साथ 45° का कोण बनाती हैं। इन रेखाओं को $\sqrt{2}$ के गुणक से बढ़ाया जाता है। तो, सबसे छोटा सम्भावित तिर्यक रेखाखण्ड ठोस की इकाई लम्बाई को दर्शाता है।

(ग) अन्तिम कार्य में विभिन्न दृश्यों पर ध्यान केन्द्रित करने की ज़रूरत है। इसमें ठोस की कल्पना करने और उसे घुमाने की आवश्यकता हो सकती है। ठोस के ऊपर एक दीपक की कल्पना करने और दीपक से रौशन हुए भागों को रंगने या छायांकित करने से मदद मिल सकती है। यह भाग ऊपर का दृश्य बनाएँगे। इसी तरह तिर्यक चित्र में क्षैतिज और ऊर्ध्वाधर रेखाओं से घिरे अविकृत (non-destorted) भागों को अलग रंग से रंगा या छायांकित किया जा सकता है। यह भाग सामने का दृश्य बनाते हैं। शेष भाग पार्श्व दृश्य को बनाते हैं। इन्हें दूसरे तरीक़े से रंगने या छायांकित करने से मदद मिल सकती है। उदाहरण के लिए, चित्र-1 में

- बिन्दुकित भाग ऊपर के दृश्य (चित्र-2) के अनुरूप हैं।
- तिरछी रेखाओं से अंकित भाग अविकृत हैं और वह सामने के दृश्य (चित्र-3) के अनुरूप हैं।
- शेष जालीनुमा भाग पार्श्व दृश्य (चित्र-4) के अनुरूप हैं।







इस तरह से छायांकन या रंग करने की गतिविधि समदूरीक चित्र के साथ भी की जा सकती है।

ठोस से दृश्यों का पता लगाना आसान होता है। लेकिन यह एक अच्छा विचार है कि बच्चों को केवल चित्र या चित्रों से दृश्य का पता लगाने के लिए कहा जाए। इससे उन्हें विचार किए जा रहे ठोस की कल्पना करने में मदद मिलेगी और पुख़्ता स्थानिक समझ भी विकसित होगी।

शेष दो प्रश्नों को समूह गतिविधि के रूप में हल किया जा सकता है, जिसमें हरेक समूह तीन बच्चों का हो या फिर कम-से-कम तीन बच्चे एक गोले में बैठे हों। मान लीजिए कि प्रत्येक बच्चे के पास लगभग 10 अन्तर्ग्रथित घन हो सकते हैं। वे इन घनों (सभी का इस्तेमाल करना ज़रूरी नहीं है) का उपयोग करके एक ठोस बना सकते हैं और अपने ठोस का समदूरीक चित्र बनाते हैं। फिर वे अपने दाईं ओर वाले बच्चे को यह चित्र (ठोस नहीं) देते हैं। अब प्रत्येक बच्चे के पास ठोस का सिर्फ़ समदूरीक चित्र है। वे समदूरीक चित्र के आधार पर ठोस का तिर्यक चित्र बनाते हैं। फिर दोनों चित्र दाईं ओर वाले अगले बच्चे को दिए जाते हैं। अब प्रत्येक बच्चा चित्रों की मदद से ठोस बनाता है। अन्त में, इस ठोस को फिर से दाईं ओर वाले बच्चे को दिया जाता है जिसने मूल ठोस बनाया था। दोनों ठोस आकृतियों की तुलना यह देखने के लिए की

जाती है कि कार्य को सफलतापूर्वक पूरा किया गया था या नहीं। समदूरीक चित्र के बाद तिर्यक चित्र देने के क्रम को बदला जा सकता है। साथ ही बच्चों को केवल एक चित्र के आधार पर ठोस बनाने के लिए भी कहा जा सकता है।

हम शिक्षक को उपरोक्त गतिविधि द्वारा उत्पन्न चित्र एकत्र करने के लिए प्रोत्साहित करते हैं क्योंकि उनका उपयोग भविष्य में इसी प्रकार की वर्कशीट बनाने के लिए किया जा सकता है।

भाग ख

4. दृश्य और चित्र
   (क) पहला भाग सबसे चुनौतीपूर्ण है जहाँ दृश्यों के आधार पर ठोस बनाना है। प्रत्येक ठोस को केवल 10-12 घनों के साथ बनाया जा सकता है।
   (ख) ठोस बनाने के बाद समदूरीक चित्र बनाना होता है। यह ध्यान रखना महत्त्वपूर्ण है कि समदूरीक चित्र के सही अभिविन्यास के लिए ऊपर के दृश्य पर विचार किया जाना चाहिए। एक से अधिक सही सम्भावनाएँ होनी चाहिए।
   (ग) दूसरी ओर ऊपर का दृश्य और सामने का दृश्य तिर्यक चित्र को काफ़ी हद तक निर्धारित कर देते हैं। तिर्यक रेखाओं को चुनने के लिए जो एकमात्र सम्भव परिवर्तन बचता है वो यह है कि ठोस की अविकृत फलकें दाईं या बाईं ओर हो सकती हैं।
5. दृश्य से ठोस : यह अन्तिम प्रश्न बच्चों को कई सम्भावनाओं को आज़माने की अनुमति देता है। मूलत: वह दृश्य बनाते हैं। वैसे, यह दृश्य एक-दूसरे पर निर्भर नहीं होंगे। फिर इनके आधार पर ठोस बनाया जाता है। ध्यान दें कि यह भी सम्भव है कि दृश्यों के कुछ संयोजन कोई भी ठोस उत्पन्न न कर पाएँ। ऐसे मामलों में, दृश्यों में से एक को संशोधित किया जा सकता है ताकि एक ठोस बनाया जा सके। कुछ मामलों में एक ठोस का गठन सैद्धान्तिक रूप में किया जा सकता है, उदाहरण के लिए यदि प्रत्येक दृश्य में कोनों और केन्द्र सहित 5 वैकल्पिक वर्ग हों। इस प्रश्न में बनाए जाने वाला ठोस 9 इकाई घनों का एक संग्रह है जो 3 × 3 × 3 घन के स्थान को 8 कोनों पर 8 घनों से भरता है और बचा हुआ एक घन केन्द्र में होता है। लेकिन यह ठोस अन्तर्ग्रथित घन के साथ नहीं बनाया जा सकता है। तो, यह गतिविधि विभिन्न सम्भावनाओं का पता लगाने का अवसर प्रदान कर सकती है।

   3 × 3 के वर्गों पर दृश्य बनाने के प्रतिबन्ध में ढील दी जा सकती है। इसी तरह इस प्रतिबन्ध में भी ढील दी जा सकती है कि प्रत्येक दृश्य को उत्पन्न करने के लिए कितने वर्गों को छायांकित किया जाना चाहिए।

   हम शिक्षक को ऊपर, सामने और पार्श्व दृश्य के जोड़े एकत्रित करने के लिए प्रोत्साहित करते हैं जो ऐसे ठोस उत्पन्न करते हैं जिन्हें अन्तर्ग्रथित घनों के माध्यम से बनाया जा

सकता है। यह इसी प्रकार की वर्कशीट बनाने और इसी तरह की विभिन्न गतिविधियों को करने के लिए उपयोगी हो सकते हैं।

ठोस को समझना चुनौतीपूर्ण होता है क्योंकि पाठ्यपुस्तकें, नोटबुक, बोर्ड और स्क्रीन सभी 2-D होते हैं और इसलिए यह 3-D का पूर्ण स्वाद प्रदान नहीं कर सकते हैं। चित्र और दृश्य 2-D माध्यम में ठोस का प्रतिचित्रण (mapping) करने के तरीक़े हैं। यह 3-D वस्तुओं की रचना और निर्माण के लिए महत्त्वपूर्ण है। यह गतिविधियाँ विभिन्न ठोस पदार्थों के साथ जुड़ने, 2-D माध्यम में उनके प्रतिचित्रण के साथ-साथ चित्रों व दृश्यों जैसे 2-D निरूपण के आधार पर ठोस बनाने के कुछ अवसर प्रदान कर सकती हैं। वैकल्पिक कार्य ठोस बनाने और उनके साथ जुड़ने के लिए विस्तृत सम्भावनाओं का अवसर प्रदान करते हैं।

अनुवाद : रिधि अग्रवाल   **पुनरीक्षण तथा कॉपी एडीटिंग :** कविता तिवारी
सम्पादन : राजेश उत्साही